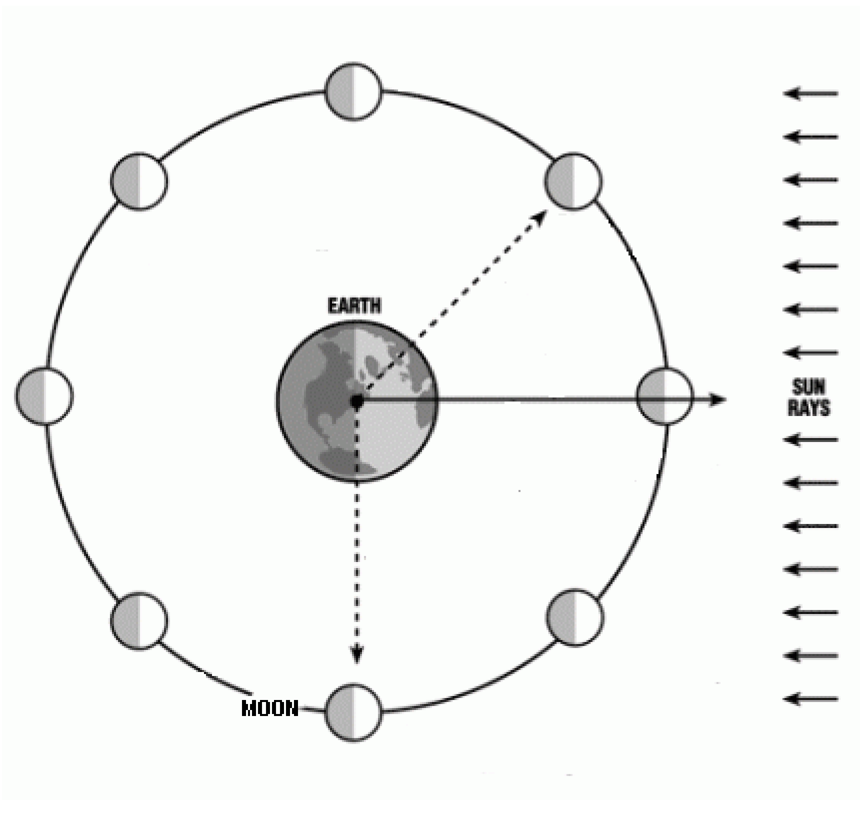
XII РЕСПУБЛИКАНСКАЯ ОЛИМПИАДА
ПО АСТРОНОМИИ
27 – 31 марта 2006 г.

С.С. Секержицкий

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ТЕОРЕТИЧЕСКОГО ТУРА



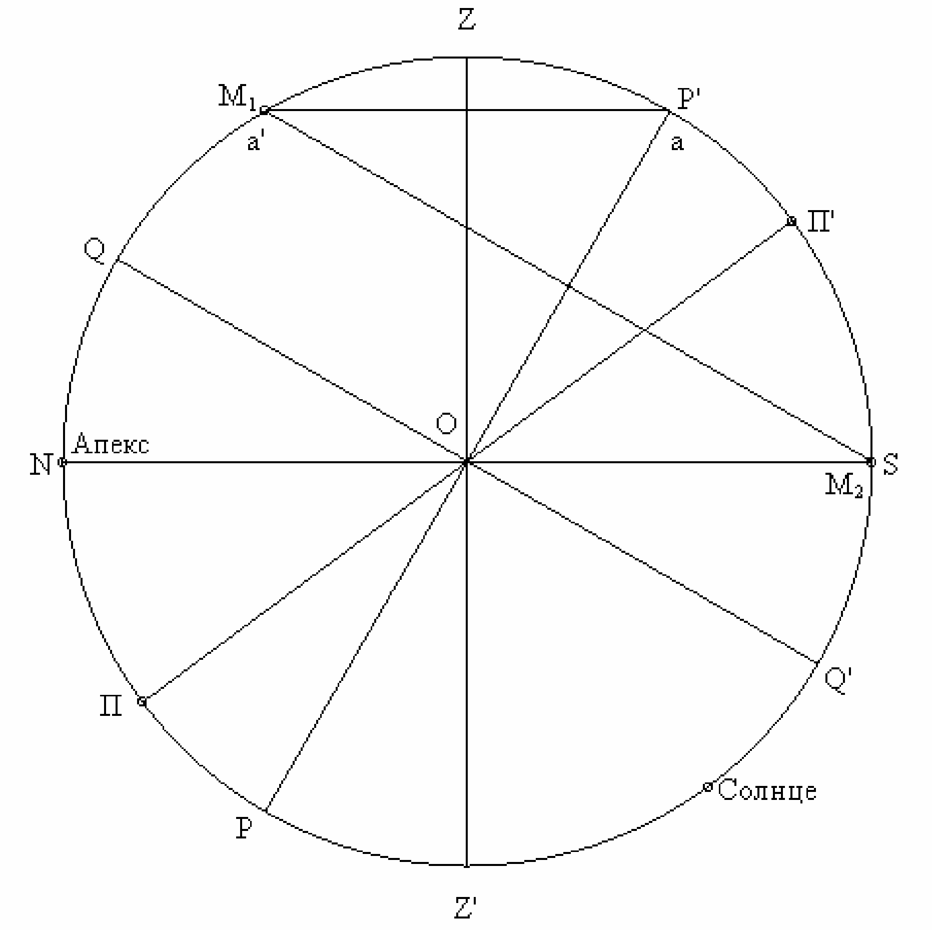
Гродно – 2006

1. Точки и линии небесной сферы.

Представьте себе следующий вид небесной сферы в 2006 году: Суточная параллель двух наблюдаемых небесных тел касается их альмукантаратов в различных точках. Один из альмукантаратов имеет максимально возможные размеры и длиннее второго в два раза. Зенитное расстояние Солнца максимально, его апекс в верхней кульминации. Определите: А) дату и время (UT); Б) географические координаты места наблюдения; В) горизонтальные и экваториальные координаты обоих небесных тел; Г) горизонтальные координаты полюсов эклиптики.

Решение:

Все упомянутые в условии точки лежат в плоскости небесного меридиана, поэтому рассмотрим сечение им небесной сферы (см. рисунок).



Один из альмукантаратов имеет максимальную длину, то есть, совпадает с математическим горизонтом NS, второй aa' имеет вдвое меньшую длину, следовательно, отстоит от плоскости математического горизонта на $60°$. Суточная параллель M_1M_2 касается альмукантаратов в тех точках, где расположены соответствующие небесные тела. Ось мира PP' нормальна суточной параллели. Апекс Солнца $\left(\alpha_A = 18^ч\right)$ в верхней кульминации, а само Солнце в нижней кульминации. Это момент летнего солнцестояния. Наблюдатель находится в южном полушарии, и северный полюс мира ниже плоскости математического горизонта. Если рассмотреть наблюдателя в северном полушарии, то в момент летнего солнцестояния нижняя кульминация Солнца не соответствует его максимальному зенитному расстоянию.

После того, как сечение небесной сферы плоскостью небесного меридиана нами построено, и искомые точки нанесены, остается провести элементарные расчеты.

А) Момент летнего солнцестояния в текущем 2006 году 21 июня $12^{ч}27^{м}$ всемирного времени (лучшим астрономам это положено знать).

Б) Географическую широту места наблюдения определяем по высоте северного полюса мира: $\varphi = -60°$. Географическая долгота находится следующим образом. Солнце в нижней кульминации – это истинная полночь. Вблизи дня летнего солнцестояния уравнение времени мало, поэтому данный момент времени (погрешность меньше 1°) - это средняя полночь. Используя формулу $T_m - T_0 = \lambda$, получим $\lambda = 11^{ч}33^{м} = 173{,}25°$ восточной долготы.

В) Горизонтальные координаты: $h_1 = 60°, A_1 = 180°$, $h_2 = 0°, A_2 = 0°$.

Экваториальные координаты: $t_1 = 0^{ч}, \alpha_1 = 18^{ч}, \delta_1 = -30°$, $t_2 = 12^{ч}, \alpha_2 = 6^{ч}, \delta_2 = -30°$

Г) Полюса эклиптики имеют экваториальные координаты:

$\alpha_{П} = 18^{ч}, \delta_{П} = 66°33'$, $\alpha_{П'} = 6^{ч}, \delta_{П'} = -66°33'$.

Их горизонтальные координаты: $h_{П} = -33°33', A_{П} = 180°$, $h_{П'} = 33°33', A_{П'} = 0°$.

2. Движения Луны.

А) Сидерический месяц равен 27,32 суток. Найдите промежуток времени между двумя последовательными одноименными кульминациями Луны. Б) Каким образом земные астрономы изучили примерно 2/3 поверхности Луны? В) Оцените максимально возможную продолжительность солнечного затмения. Г) Скорость вращения Земли с течением времени замедляется. Что при этом происходит с Луной? Д) Общеизвестно, что Солнце притягивает к себе Луну сильнее, чем Земля. Является ли система Земля-Луна устойчивой по отношению к приливному действию Солнца? Масса Солнца в 333000 раз больше массы Земли. Расстояние от Солнца до Земли больше расстояния от Земли до Луны в 389 раз.

Решение:

А) Дело обстоит, как в случае определения синодического периода планет. Формула аналогична и имеет вид: $\frac{1}{T_{Л}} = \frac{1}{1} - \frac{1}{27{,}32}$. Отсюда: $T_{Л} = 24^{ч}55^{мин}$.

Б) Вследствие приливного воздействия период обращения Луны вокруг своей оси соответствует периоду обращения ее вокруг Земли, однако мы имеем: Либрацию по долготе – Луна вращается вокруг своей оси равномерно, а вокруг Земли в соответствии со вторым законом Кеплера. Либрацию по широте – ось вращения Луны наклонена к оси ее движения вокруг Земли. Параллактическую либрацию – Земля имеет конечные размеры. Физическую либрацию – результат

отсутствия сферической симметрии у Земли и Луны, а также возмущения со стороны прочих небесных тел.
Примечание: либрация (libratio по латыни) – качание.

В) Речь идет о центральном прохождении Луны по диску Солнца, причем Луна ближе всего к Земле: $r_Л = 356400 - 6400 = 350000\,км$, а Солнце дальше всего от Земли: $r_C = 149600000 \cdot (1 + 0{,}017) - 6400 = 152137000\,км$. Точка наблюдения подсолнечная. В этом случае угловой диаметр диска Луны: $d_Л = \frac{3476 \cdot 206265}{350000} = 2048''$, а угловой диаметр диска Солнца: $d_C = \frac{1392000 \cdot 206265}{152137000} = 1887''$. Следовательно, необходимо рассчитать, с учетом вращения Земли, время, за которое Луна переместится на угол: $d = 2048 - 1887 = 161''$. Средняя скорость движения Луны по орбите $v_{Л0} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 384400}{27{,}32 \cdot 86400} = 1{,}0\frac{км}{с}$, с учетом того, что она в перигее $v_Л = 1{,}08\frac{км}{с}$. Экваториальная скорость вращения Земли $v_Z = \frac{40000}{86400} = 0{,}46\frac{км}{с}$. Поэтому, при удачном стечении обстоятельств относительная скорость Луны $v_{отн} = 1{,}08 - 0{,}46 = 0{,}62\frac{км}{с}$. Теперь находим искомое время: $t = \frac{161 \cdot 350000}{206265 \cdot 0{,}6} = 442\,с \approx 7{,}4\,мин$.

Г) Причина замедления скорости вращения Земли – сила трения приливной волны, которая перемещается в сторону вращения небесной сферы, то есть, против направления вращения Земли вокруг своей оси. В то же время, момент импульса системы Земля-Луна должен сохраняться, а горбы приливной волны тормозят Луну (прикладной час), поэтому она переходит на более высокую орбиту, то есть, постоянно удаляется от Земли (ее момент импульса возрастает).

Итак, расстояние от Луны до Земли увеличивается, а ее скорость движения по орбите уменьшается, что соответствует формуле круговой скорости: $v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$.

Д) Приливное воздействие Солнца на систему Земля-Луна в новолуние (в полнолуние оно меньше) определяем по формуле: $w_C = G\frac{M_C}{(a_C - a_Л)^2} - G\frac{M_C}{a_C^{\,2}}$, где $\frac{a_C}{a_Л} = 389$ - отношение расстояний от Солнца до Земли и от Земли до Луны. Ускорение, которое Земля сообщает Луне: $w_Z = G\frac{M_Z}{a_Л^{\,2}}$. Отсюда:

$$\frac{w_Z}{w_C} = \frac{M_Z}{M_C}\frac{1}{a_Л^{\,2}\left(\frac{1}{(a_C - a_Л)^2} - \frac{1}{a_C^{\,2}}\right)} = \frac{1}{333000}\frac{1}{\frac{1}{(389-1)^2} - \frac{1}{389^2}} = 88.$$

Следовательно, приливное действие Солнца в 88 раз меньше взаимодействия между Луной и Землей, поэтому система Земля-Луна устойчива по отношению к приливному действию Солнца.

3. Определение расстояний до звезд.

В астрономии существует несколько основных методов определения расстояний до небесных тел. Вам предлагается решить несколько простых задач с их использованием:

А) **Метод тригонометрических параллаксов:** полученная при измерениях величина годичного параллакса некоторой звезды равна 0,015″. Оцените расстояние до нее.

Б) **Метод спектральных параллаксов:** период пульсации цефеиды составил 20 суток, ее видимая звездная величина равна 25^m. Определите расстояние до нее.

В) **Метод групповых параллаксов:** определите расстояние до движущегося скопления Гиад, если собственное движение одной из звезд группы, отстоящей от ее радианта на q=29,1° равно μ=0,115″/год, а доплеровское смещение в ее спектре Δλ/λ=0,012867%.

Г) **Метод средних параллаксов:** определите расстояние до группы звезд с одинаковыми физическими признаками. Среднее значение проекций собственных движений звезд на направление, перпендикулярное направлению на апекс Солнца $\overline{\mu}_\tau = 0{,}0150''$/год. Их средняя пекулярная (peculiaris – собственный) лучевая скорость $\overline{v}_r = 10$ км/с.

Решение:

А) Естественно, речь в задаче идет не о простом использовании тривиальной формулы $r = \frac{1}{\pi''}$, а об учете того факта, что наибольшая точность современных измерений угловых величин ограничена пределом $0{,}005''$ [1] (стр. 141). Поэтому, полученное значение $\pi'' = 0{,}015''$ означает, что истинная величина годичного параллакса лежит в интервале $\pi'' = [0{,}010'', 0{,}020'']$. Это позволяет сделать вывод о том, что расстояние до звезды $r = [50\,\text{пк}, 100\,\text{пк}]$.

Б) Нам известна формула [1] (стр. 159), позволяющая определить абсолютную звездную величину цефеиды по периоду ее пульсации: $M = -1{,}25 - 3{,}00\lg P$, где P – период пульсации цефеиды в сутках. В нашем случае $P = 20$, поэтому $M = -1{,}25 - 3{,}00\lg 20 = -5{,}15$.

По формуле $\lg r = 1 + 0{,}2(m - M) = 1 + 0{,}2(25 + 5{,}15) = 7{,}03$. Отсюда $r = 10715193\,\text{пк}$.

В) Найдем лучевую скорость звезды:

$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{v}{c} \Rightarrow v = 0{,}00012867 \times 300000 = 38{,}6\frac{км}{c}$. Затем рассчитываем годичный параллакс [2] (стр. 172): $\pi'' = \frac{4{,}74\mu}{v_r tgq} = \frac{4{,}74 \cdot 0{,}115}{38{,}6 \cdot tg29{,}1°} = 0{,}0254''$. Определяем расстояние до Гиад:

$r = \frac{1}{\pi''} = 39{,}41\,пк$.

Г) Для группы звезд с некоторыми общими признаками средний параллакс определяем по формуле [2] (стр. 173): $\overline{\pi''} = \frac{4{,}74\overline{\mu_\tau}}{\overline{v_r}} = \frac{4{,}74 \cdot 0{,}0150}{10} = 0{,}0071''$. Расстояние до данной группы звезд: $\bar{r} = \frac{1}{\overline{\pi''}} = \frac{1}{0{,}0071''} = 141\,пк$.

1. И.В. Галузо, В.А. Голубев, А.А. Шимбалев. Астрономия, 11 класс. Минск. Издательский центр БГУ, 2003 г.

2. Б.А. Воронцов-Вельяминов. Сборник задач и практических упражнений по астрономии. М., Наука, 1974 г.

4. Экзотические планеты.

В последнем десятилетии прошлого века у некоторых звезд открыты планеты. А) Опишите основной метод, лежащий в основе их открытия. Б) Каковы основные физические характеристики экзопланет? В) Какие экспериментальные факты свидетельствуют в пользу их существования? Г) Какими параметрами должен обладать телескоп, чтобы с Сириуса (π''=0,376$''$) можно было бы увидеть Землю (светимость Земли принять в 64 раза больше светимости Луны)?

Решение:

А) Экзопланеты образуют со своими звездами единую гравитационную систему, вследствие чего, звезда, так же, как и планета, обращается вокруг общего центра масс. При этом скорость движения звезды мала. Она не могла быть измерена в рамках традиционного эффекта Доплера. Для заметного смещения линий в спектре необходима скорость движения объекта больше 500 м/с. В случае же системы Солнце-Юпитер, например, скорость движения Юпитера 13,1 км/с. Скорость соответствующего движения Солнца 12 м/с. В начале 90-х годов прошлого века с помощью интерферометров нижний предел измерения скорости движущихся объектов был снижен до значения 3 м/с, и открытия экзопланет посыпались как из рога изобилия.

Б) Большая часть открытых экзопланет – "юпитеры", большая полуось орбит которых меньше астрономической единицы. Такие планеты открываются в первую очередь. Они расположены близко к своим звездам, поэтому температура их поверхностей достаточно велика.

В) Современные экспериментальные факты подтверждения существования экзопланет, в основном, сводятся к их воздействию на фотосферы соответствующих звезд, вследствие чего светимость последних периодически возрастает.

Г) Вначале решим вопрос о проницающей способности телескопа. Для этого определим абсолютную звездную величину Земли в квадратуре. Для оценки предполагаем, что светимость в квадратуре в два раза меньше, чем в противостоянии. Видимая звездная величина Луны $m_Л = -12{,}7^m$. Ее абсолютная звездная величина: $M_Л = m_Л + 5 - 5\lg r_Л = -12{,}7 + 5 - 5\lg\frac{384400}{149600000 \cdot 206265} = 31{,}82$. Из формулы $\lg\frac{L_Л}{L_З} = 0{,}4(M_Z - M_Л)$ получим:

$$M_З = M_Л + 2{,}5\lg\frac{L_Л}{L_З} = 31{,}82 + 2{,}5\lg\frac{1}{32} = 28{,}06.$$

(Абсолютная звездная величина Земли в противостоянии равна $27{,}30^m$)

Теперь определим видимую звездную величину Земли при наблюдении с Сириуса: $m_З = M_З - 5 - 5\lg\pi'' = 28{,}06 - 5 - 5\lg 0{,}376 = 25{,}18$. Для диаметра зрачка наблюдателя $0{,}6\,см$, при условии, что его глаз воспринимает звезды 6-й величины, получим: $\frac{D^2}{0{,}6^2} = 2{,}512^{m_З - 6} \Rightarrow D = 0{,}6 \cdot \sqrt{2{,}512^{25{,}18-6}} = 4114{,}7\,см = 41{,}147\,м$. Большая полуось орбиты Земли видна с Сириуса под углом $\psi = 0{,}376''$ (это годичный параллакс Сириуса). Из формулы: $\psi = 140''/D_{мм}$, где D – диаметр трубы телескопа в мм, получим: $D = 140/0{,}376\,мм = 372\,мм = 0{,}372\,м$. Объединяя полученные условия, останавливаемся на диаметре $D = 41{,}147\,м$. Однако при наблюдениях невооруженным глазом в большие телескопы сказываются эффекты, связанные с распределением света точечного объекта по нескольким элементам сетчатки глаза. Поэтому, ***невооруженным глазом увидеть Землю нельзя с любыми параметрами телескопа***, необходимо применение космических телескопов и электронной приемной аппаратуры. Кроме того необходимо учитывать эффект засветки Земли Солнцем *[Примечание А.П.]*.

5. Космология.

Гипотеза бесконечной Вселенной приводит к нескольким космологическим парадоксам. Перечислите известные вам и разрешите их в рамках модели нестационарной Вселенной.

Решение: Парадоксом называется взгляд, мысль или явление, которые неожиданно и резко расходятся с привычными и общепризнанными представлениями. С логической точки зрения парадокс выглядит внешне правильно, означая дефект в исходных предпосылках. Так называемые космологические парадоксы возникли вследствие экстраполяции законов классической физики на всю Вселенную. Два из космологических парадоксов связаны с бесконечной Вселенной в пространстве, третий – во времени.

Фотометрический парадокс: если Вселенная бесконечна в пространстве, то вся небесная сфера должна быть покрыта светящимися точками – звездами, либо разогретой до высокой температуры, вследствие длительности процесса, межзвездной материей.

Гравитационный парадокс: если Вселенная бесконечна в пространстве и плотность вещества не бесконечна мала, а каждые две частицы притягиваются по закону Ньютона, то сила тяготения, действующая на любое тело, была бы бесконечно большой и под ее воздействием тела получили бы бесконечно большие ускорения.

Проблема тепловой смерти Вселенной: если Вселенная существует бесконечно долго, то по второму закону термодинамики энтропия должна вырасти до бесконечности.

Разрешение вышеперечисленных парадоксов происходит во всех космологических гипотезах с различным успехом. Автор полагает, что в рамках гипотезы расширяющейся Вселенной, плотность которой выше критического значения $\rho_{кр} = \frac{3H^2}{8\pi G}$, достаточно просто представить физический смысл разрешения данных парадоксов.

Парадокс фотометрический: вследствие красного смещения, величина потока энергии, излучаемого далекими галактиками, уменьшается не только вследствие увеличения расстояния, но и за счет красного смещения z. Поэтому, от всех светил и галактик на единичную площадку на Земле за единицу времени поступает конечное количество энергии:

$F = \frac{2\pi}{3}\frac{c}{H}NL$, где c - скорость света, H - постоянная Хаббла, N - среднее число звезд в единице объема, L - средняя светимость одной звезды. Все происходит так, будто мы воспринимаем световую энергию не из бесконечной Вселенной, а из мира галактик, радиус которого: $r \approx \frac{c}{3H} \approx$ 6 млрд. световых лет.

Парадокс гравитационный: поскольку Вселенная не стационарна, а инертная масса эквивалентна гравитационной, то тела, движущиеся только под действием гравитационных сил, находятся, по сути дела в состоянии невесомости, то есть вся бесконечная Вселенная никакого вклада в их деформацию не вносит. Поэтому вышеупомянутые бесконечно большие ускорения, если они и существуют в избранной НИСО, измерению не поддаются. Если же следовать раннему Эйнштейну и считать Вселенную стационарной, то гравитационный парадокс снимает введение космологического члена (это дискуссия!?).

Тепловая смерть Вселенной: изящна идея академика Сахарова. Второй закон термодинамики в известном нам виде выполняется в данном цикле расширения-сжатия Вселенной. В последующих циклах вполне может происходить "перемена знака". Поэтому, проблемы нет как таковой.